УДК 330.4

Герасина А.В.

ИДЕНТИФИКАЦИЯ И ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ВАЛЮТНЫХ КУРСОВ ПО ВРЕМЕННЫМ РЕАЛИЗАЦИЯМ

ГВУЗ «Национальный горный университет», г. Днепропетровск

Разработана модифицированная методика идентификации и прогнозирования экономических процессов по временным реализациям, которая включает определение режима функционирования (работы) порождающей системы, его характеристик и синтез математической модели. В рамках методики вычисляется параметр Херста как критерий определения тенденции изменения развития процесса; корреляционная размерность аттрактора для определения глубины памяти входных и выходных переменных модели порождающей системы; а также корреляционный интервал предсказуемости для характеристики глубины точного прогноза процесса. Реконструкция модели динамической системы на основе анализа временных реализаций заключается в определении ее структуры и параметров, а именно: типа структуры модели, метода структурной (глобальной) оптимизации, критериев структурной и параметрической оптимизации, а также базисных функций и методов параметрической оптимизации. При этом в качестве методов глобальной оптимизации и базисных функций рекомендуется использовать системы искусственного интеллекта. На примере прогнозирования значения курса евро к доллару, зафиксированных на рынке Forex, показана эффективность предложенной методики идентификации и прогнозирования.

Ключевые слова: идентификация, прогнозирование, курсы валют, временная реализация, нелинейная система.

Введение

Прогнозирование в экономике и финансах является актуальным, поскольку лежит в основе любой инвестиционной деятельности как средство снижения риска при принятии решений [1]. Прогнозируемые данные, представляющие собой последовательность котировок валют за определенный промежуток времени, являются классическим примером нестационарных временных рядов.

Постановка задачи

Процессы, происходящие на валютном рынке, характеризуются нестационарностью, стохастичность и нелинейностью (включая хаотическую динамику и фрактальную размерность), и могут быть описаны с помощью векторного уравнения потока [2–3]:

$$\dot{x} = F(x, \lambda), \quad (1)$$

или дискретного отображения Пуанкаре:

$$x[m+1] = F\{x[m], \lambda\}; \quad x[m] = \{x_1[m], \ldots, x_{d-1}[m]\}, \quad (2)$$

где F – нелинейная вектор-функция размерности d; x – вектор координат; λ – вектор параметров порядка системы; m – такт времени ($t=m\cdot T$); T – период дискретизации.

Динамические системы (1)–(2) имеют в зависимости от значений параметров порядка λ четыре типа решения: равновесие, когда после переходного процесса система достигает стационарного состояния, периодическое и квазипериодическое решения, а также хаос. Этим решениям соответствуют аттракторы системы в виде устойчивого равновесия, предельного цикла, квазипериодического и хаотического (странного) аттрактора.

Система (1)–(2) при изменении параметра l теряет устойчивость своего состояния (режима функционирования) и переходит в другое состояние (происходит бифуркация).

Параметры порядка непосредственно не наблюдаются, поэтому актуальной является идентификация режимов и характеристик таких процессов по экспериментальным временным реализациям. Идентификация таких сложных процессов традиционными способами требует больших затрат на экспериментальные исследования, поэтому целесообразно использовать методы нелинейной динамики. При этом целесообразно использовать методы систем искусственного интеллекта (нейронные сети и системы с нечеткой логикой), которые являются универсальными и эффективными аппроксиматорами.

Известные методы ([4–5]) ориентированы на идентификацию объектов управления с целью их автоматического управления, что требует их корректировки при решении задач прогнозирования валютных курсов. Таким образом, нерешенной задачей является разработка эффективных методов идентификации и прогнозирования таких процессов.

Цель статьи

Разработка методики идентификации и прогнозирования валютных курсов по временным реализациям.

Методика идентификации и прогнозирования валютных курсов включает:

1. Определение режима функционирования и размерности (порядка) системы:

– вычисление параметра Херста;

– вычисление корреляционной энтропии;

– вычисление корреляционного интервала предсказуемости;

– вычисление корреляционной размерности аттрактора;

– определение размерности вложения аттрактора.

2. Реконструкция модели системы:

– выбор типа структуры модели;

– определение параметров модели.

Показатель Херста H характеризует отношение уровня тренда (детерминированного фактора) к уровню шума (случайному фактору) [6]:

$$R(\tau)=\frac{R_0(\tau)}{S(\tau)}=(\alpha\cdot\tau)^H, \qquad (3)$$

где $R_0(\tau)$ – разность максимального и минимального значений (размах) процесса y(t) на интервале времени τ:

$$R_0(\tau)=\max_{1\le t\le\tau} y(t,\tau)-\min_{1\le t\le\tau} y(t,\tau), \qquad (4)$$

а $S(\tau)$ – среднеквадратическое отклонение приращений случайного процесса:

$$S(\tau)=\sqrt{\frac{1}{\tau}\sum_{t=1}^{\tau}\left[\Delta y(t)-\bar{y}(\tau)\right]^2} \qquad (5)$$

и $\Delta y(t)$ – элементарное приращение y(t) на шаге t: $y(\tau)=\sum_{t=1}^{\tau}\Delta y(t)$; α – коэффициент пропорциональности.

Значение показателя Херста H>0,5 характеризует сохранение имеющейся тенденции развития процесса: если некоторое время τ наблюдался в среднем рост отклонений вектора состояний, то и впредь в среднем сохранится тенденция к их увеличению. Аналогично сохраняется тенденция к уменьшению. При H<0,5 рост значений вектора состояний процесса в прошлом означает их вероятное уменьшение в будущем, а тенденция к уменьшению отклонений в прошлом делает вероятным их увеличение в будущем.

Алгоритм вычисления показателя Херста имеет следующий вид:

1) вычисление среднего значения временного ряда:

$$\bar{y}(\tau)=\frac{1}{\tau}\sum_{t=1}^{\tau}\Delta y(t) \quad \text{или} \quad \bar{y}(\tau)=\frac{y(\tau)}{\tau}; \qquad (6)$$

2) вычисление накопившегося отклонения ряда измерений Dy(t) от среднего $\bar{y}(\tau)$:

$$y(t,\tau)=\sum_{i=1}^{t}(\Delta y(i)-\bar{y}(\tau)); \qquad (7)$$

3) определение размаха процесса $R_0(\tau)$ (4);

4) определение отклонения $S(\tau)$ (5);

5) по текущим значениям $R_0(\tau)$ и $S(\tau)$ вычисление размаха $R(\tau)$ (3);

Полученные значения логарифмируется:

$$\ln\frac{R_0(\tau)}{S(\tau)}=H\ln(\alpha\tau)=H\left[\ln(\tau)+\ln(\alpha)\right], \qquad (8)$$

после чего, используя замену $\ln(\tau)=\varphi$, массив аппроксимируется линейной зависимостью $f(\varphi)=\hat{H}+q$, дающей искомую оценку показателя Херста $\hat{H}$, где q – константа.

Корреляционная размерность аттрактора характеризует сложность аттрактора динамической системы, то есть позволяет дать ответ на вопрос, какое минимальное количество отсчетов (глубину памяти) переменных должна включать математическая модель (в виде оценки этой величины снизу).

Расстояние между ближайшими точками аттрактора до и после бифуркаций находится в универсальном отношении [2]. Самоподобие такого явления описывает фрактальная размерность Хаусдорфа D, которая является числом, характеризующим скорость роста числа ячеек покрытия данного множества при уменьшении размера ячеек:

$$D = -\lim_{\sigma\to 0}\frac{\log N(\sigma)}{\log(\sigma)}, \qquad (9)$$

где σ – размер ячейки; N(σ) – количество ячеек. Основание логарифма произвольное.

Оценку снизу размерности Хаусдорфа D_{ng} можно получить непосредственно из измерений в соответствии с теоремой Такенса [3], которая утверждает, что размерность D_{ng} можно восстановить по измерениям лишь одной реализации (наблюдаемой).

Рассмотрим траекторию $x(t) = [x_1(t),...,x_d(t)]$ динамической системы на странном аттракторе и предположим, что d-мерное фазовое пространство разделено на ячейки размера σ^d. Преобразуем траекторию в последовательность точек $x(t=0)$, $x(t=\Delta t)$, ... $x(t+m\Delta t)$. Вероятность попадания точки, принадлежащей аттрактору, в i-ю ячейку (i=1, 2, ... M(σ)) вычисляется следующим образом:

$$p_i = \lim_{N\to\infty}\frac{N_i}{N}, \qquad (10)$$

где N_i – число точек в этой ячейке $\{x(t=j(\Delta t))\}$.

Численная оценка размерности D_{ng}:

$$D_{ng} = \lim_{\sigma\to 0}\frac{\log(\sum_{i=0}^{M(\sigma)} p_i^2)}{\log\sigma} = \lim_{\sigma\to 0}\frac{\log J(\sigma)}{\log\sigma} \qquad (11)$$

определяется из корреляционного интеграла:

$$J(\sigma) = \lim_{N\to\infty}\frac{1}{N^2}\sum_{i,j}\varpi[\sigma - |x_i - x_j|], \qquad (12)$$

где $\sum_{i=0}^{M(\sigma)} p_i^2$ – вероятность того, что две точки на аттракторе лежат внутри ячейки σ^d; $\sum_{i,j}\varpi[\sigma-|x_i-x_j|]$ – число пар i и j, для которых расстояние $|x_i - x_j| < \sigma$; ϖ – ступенчатая функция Хэвисайда.

Для определения D_{ng} строят зависимость logJ(σ)от logs и ищут на ней линейный участок, наклон которого и определяет искомое значение D_{ng}, которое используется для определения размерности аттрактора. Вычисление D_{ng} позволяет реконструировать аттрактор, а также определить размерность переменных математической модели.

Энтропия K пропорциональная скорости потери информации о состоянии динамической системы во времени и показывает насколько динамическая система хаотична. Для регулярного движения K-энтропия равна нулю, для систем с детерминированным хаосом – положительна и постоянна, в случае поведения системы как белого шума – бесконечна.

K-энтропия определяется как средняя скорость потери информации о состоянии динамической системы [3]:

$$K = -\lim_{\Delta t\to 0}\lim_{\sigma\to 0}\lim_{N\to\infty}\frac{1}{N\Delta t}\sum_{m=0}^{N-1}(K_{m+1} - K_m) =$$
$$= -\lim_{\Delta t\to 0}\lim_{\sigma\to 0}\lim_{N\to\infty}\frac{1}{N\Delta t}\sum_{i_0...i_N} P_{i_0...i_N}\ln P_{i_0...i_N}. \qquad (13)$$

Предел σ→0 делает величину K независимой от частного вида разбиения.

Непосредственный расчет K-энтропии не представляется возможным, поэтому на практике используются различные методы ее оценки. Одной из них является нижняя граница колмогоровскои энтропии $K_{ng}<K$, которая равна:

$$K_{ng} = -\lim_{\sigma\to 0}\lim_{m\to\infty}\frac{1}{m}\ln\sum_{i_1...i_m} P^2_{i_1...i_m}. \qquad (14)$$

Обобщая корреляционный интеграл (12):

$$J_m(\sigma) = \lim_{N\to\infty}\frac{1}{N^2}\sum_{i,j}\varpi[\sigma - \|x_i - x_j\|_m] = \sum_{i_1...i_m} P^2_{i_1...i_m}, \qquad (15)$$

получим выражения для определения K_{ng}:

$$K_{ng} = \lim_{\sigma\to 0}\lim_{m\to\infty}\ln\left[\frac{J_m(\sigma)}{J_{m+1}(\sigma)}\right] \le K. \qquad (16)$$

Обобщенный корреляционный интеграл $J_m(\sigma)$ вычисляется по измеренному сигналу (наблюдаемой) и значения $K_{ng}>0$ являются достаточным условием существования хаоса.

Значения K-энтропии характеризуют хаотичность, регулярность или случайность движения системы (ее режим функционирования). Кроме того, K-энтропия определяет среднее время, на которое можно предсказать состояние системы с динамическим хаосом.

Для одномерных отображений K-энтропия равна показателю Ляпунова. Для систем большей размерности K-энтропия является мерой средней деформации ячейки в фазовом пространстве и равна усредненной по фазовому пространству сумме положительных показателей Ляпунова. То есть, для динамических систем время точного предсказания [3]:

$$T_{pr} \cong \frac{1}{K} \ln\left(\frac{1}{\sigma}\right). \qquad (17)$$

Для одномерных отображений – K=λ, где λ – показатель Ляпунова.

Оценка (сверху) интервала предсказуемости выполняется аналогично (18):

$$T_{vg} \sim \frac{1}{K_{ng}} \ln\left(\frac{1}{\sigma}\right) \geq T_{pr}\,. \qquad (18)$$

Таким образом, по значению T_{vg} определяется глубина точного прогноза системы.

Размерность d в фазовом пространстве, начиная с которой корреляционная размерность D_{ng} перестает изменяться, является минимальной размерностью вложения аттрактора, то есть наименьшей целой размерностью фазового пространства, которая содержит весь аттрактор. Размерность фазового пространства d определяется по зависимости $D_{ng}(d)$. Вместе с тем, из теоремы про вложение [3] вытекает, что оценка размерности фазового пространства d определяется через оценку размерности аттрактора D_{ng} реальной динамической системы (формула Мане):

$$d \geq 2D_{ng} + 1\,. \qquad (19)$$

На практике значения d для отображений оказываются завышенными, поэтому часто ограничиваются пространством размерности $d \geq D_{ng}$. Таким образом, d определяет размерность модели системы (глубина памяти ее входных и выходных переменных).

Реконструкция модели динамической системы на основе анализа временных реализаций заключается в определении ее структуры и параметров, оптимальным образом соответствующих временной реализации. Для этого необходимо выбрать: тип структуры модели, метод структурной (глобальной) оптимизации, критерии структурной и параметрической оптимизации, а также базисных функций и методов параметрической оптимизации. При этом в качестве методов глобальной оптимизации и базисных функций рекомендуется использование систем искусственного интеллекта.

Прогнозирование валютных курсов проводилось в соответствии с предложенной методикой и с помощью стандартных [7] и разработанной программы в среде Matlab. В качестве прогнозируемых процессов использовались значения курса евро к доллару, зафиксированные на рынке Forex за 2012–2013 гг. (рис. 1) [8].

Рис. 1. График валютного курса EUR/USD

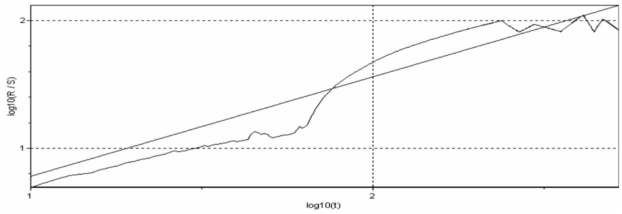
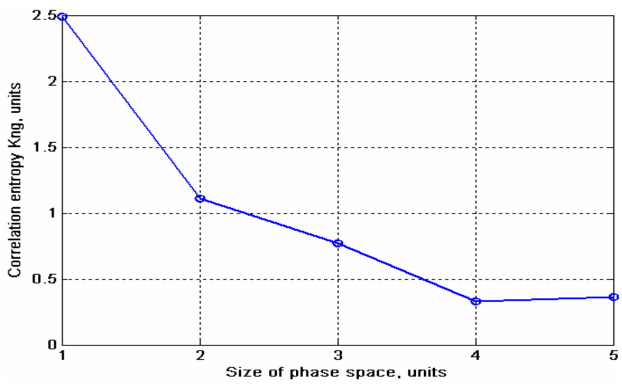
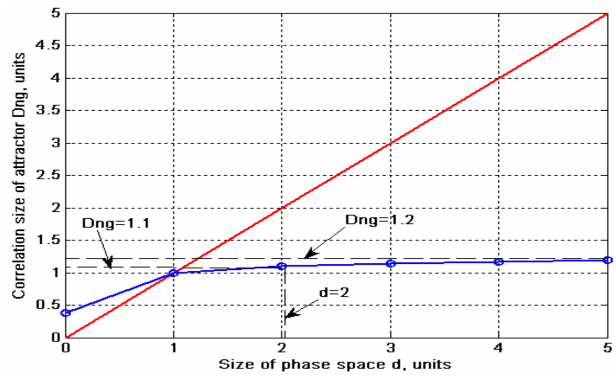


Рис. 2. Показатель Херста



а



б

Рис. 3. Корреляционная энтропия (а) и корреляционная размерность (б)

В результате расчетов [7] определено значение показателя Херста H=0,779 (рис. 2), а также фрактальной размерности: D=2−H=1,221. Показатель Херста составил: H>0,5, то есть процесс имеет тенденцию к уходу из текущего режима функционирования.

В результате расчетов определены значения корреляционной энтропии (рис. 3,а) и корреляционной размерности (рис. 3,б). Значения корреляционной энтропии и корреляционной размерности составили: K_{ng}=0,332 и D_{ng}=1,2, соответственно.

При этом корреляционный интервал предсказуемости (глубина прогноза) в соответствии с выражением (18) составил: T_{vg}=2,99 такта, что наряду со значением параметра Херста подтверждает плохую прогнозируемость процесса.

Для определения размерности фазового пространства вложения аттрактора (режима работы порождающего процесса) вычислялась ее оценка сверху по выражению (19), ее значения составило d≤3,3. Оценка значения d снизу определялась по рис. 3б. Из анализа рис. 3б видно, что размерность D_{ng} практически перестает возрастать (входит в насыщение) при размерностях фазового пространства d≥2. С учетом вышеизложенного, получим, что $D_{ng} \cong 1{,}1$ и 2≤d≤3. Таким образом, глубина точного прогноза для процесса, порождающего сигнал составляет 3 такта, а глубина памяти по разным входам − от 2 до 3.

Выводы

Разработана методика идентификации и прогнозирования валютных курсов по временным реализациям, что позволяет определять режим функционирования динамической системы, ее размерность и реконструировать ее модель. Дальнейшие исследования должны быть направлены на реконструкцию интеллектуальной прогнозирующей модели экономических процессов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Авагян Г.Л., Вешкин Ю.Г.* Международные валютно-кредитные отношения. − М.: Экономист, 2011. − 702 с.

2. *Кузнецов С.П.* Динамический хаос: монография. − М.: Физматлит, 2002. − 296 с.

3. *Шустер Г.* Детерминированный хаос. Введение : пер. с нем. − М.: Мир, 1988. − 256 с.

4. *Корнієнко В.І., Скриль Д.Ю.* Ідентифікація нелінійних процесів по часових реалізаціях // Науковий вісник Національного гірничого ун-ту − 2009. − № 3. − С.85-89.

5. *Герасина А.В.* Методика идентификации и алгоритм определения состояния нелинейных динамических объектов управления // Системи управління, навігації та зв'язку − 2011. − № 2(18). − С.78-82.

6. Ткалич С.А., Васильев Е.М. Идентификация состояния стохастических систем // Электротехнические комплексы и системы управления. − 2008. − № 1. − С.44-46.

7. *Сычев В.* Фрактальный анализ. Программа Fractan 4.4. − http://impb.ru/ ~sychyov/

8. *График* EUR/USD Forex [Цит. 2014, 19 Апреля]. − Доступный с: http://www.forexpf.ru/chart/eurusd/

Поступила в редакцию 13.02.2014
Рецензент: д.э.н., проф. В.В. Комирная

ІДЕНТИФІКАЦІЯ І ПРОГНОЗУВАННЯ ВАЛЮТНИХ КУРСІВ ЗА ЧАСОВИМИ РЕАЛІЗАЦІЯМИ

Герасіна О.В.

Розроблено модифіковану методику ідентифікації і прогнозування складних економічних процесів за часовими реалізаціями, що включає визначення режиму функціонування (роботи) породжуючої системи, його характеристик і синтез математичної моделі. В рамках методики обчислюється параметр Херста як критерій визначення тенденції зміни розвитку процесу; кореляційна розмірність атрактора для визначення глибини пам'яті вхідних і вихідних змінних моделі породжуючої системи; а також кореляційний інтервал передбачуваності для характеристики глибини точного прогнозу процесу. Реконструкція моделі динамічної системи на основі аналізу часових реалізацій полягає у визначенні її структури і параметрів, а саме: типу структури моделі, методу структурної (глобальної) оптимізації, критеріїв структурної і параметричної оптимізації, а також базисних функцій і методів параметричної оптимізації. При цьому, як методи глобальної оптимізації та базисні функції рекомендується використовувати системи штучного інтелекту. На прикладі прогнозування значень курсу євро до долара, що зафіксовані на ринку Forex, показано ефективність запропонованої методики ідентифікації і прогнозування.

Ключові слова: ідентифікація, прогнозування, курси валют, часова реалізація, нелінійна система.

IDENTIFICATION AND PREDICTION OF EXCHANGE RATES ON THE TEMPORAL REALIZATION

Gerasina A.V.

It was designed the modified methodology for identification and prediction of stochastic economic processes on temporal realizations, which includes determination of the mode of functioning (operations) of the originative system, its descriptions and synthesis of mathematical model. As part of this methodology calculates Hurst parameters as criterion for determining trends in development process; correlation dimension of attractor for determination of depth the input and output variables of generating system models; and correlation interval for predictability characteristics depth accurate prediction process. Reconstruction model of the dynamic system based on the analysis of temporal realizations is determining its structure and parameters, namely the type of model structure, methods of structural (global) optimization, criteria of structural and parametric optimization, base functions and methods of parametric optimization. At the same time as the global optimization methods and base functions is recommended to use artificial intelligence systems. The efficiency of proposed method for identification and prediction is shown on the example of prediction of value of euro/dollar fixed in Forex.

Keywords: identification, prediction, exchange rates, temporal realization, nonlinear system.